

(1) Which of the following formulas are logical truth?

$$\exists x \forall y \phi \rightarrow \forall y \exists x \phi$$

$$\forall x \exists y \phi \rightarrow \exists y \forall x \phi$$

$$\forall x \exists x \phi \rightarrow \exists x \forall x \phi$$

(2) Let c be a constant. Determine whether the substitution rule can be applied and if so determine $\phi(x/c)$ for the formulas ϕ below.

$$\forall x F(x)$$

$$\forall x (F(x) \rightarrow G(x))$$

$$\forall x (F(x) \rightarrow \forall x G(x))$$

$$\sim \forall x G(x)$$

$$\forall x F(x) \rightarrow \forall x G(x)$$

$$\forall x \exists y R(x, y)$$

(3) Formalize the sentences below (in first-order logic). Check whether the premises imply the conclusions, and if so, construct a derivation.

a. Premises: Every freshman is happy. Jake is a freshman.

a. Conclusion: Jake is happy.

b. Premises: Every snake is poisonous. Every poisonous snake is dangerous. Joe is a snake.

b. Conclusion: Joe is dangerous.

c. Premises: Every dog is a mammal. No mammal is a fish. Some animals are fish.

c. Conclusion: Some animals are not dogs.

Aksjomaty

Niech α i β będą formułami; $x, y, z, x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ zmiennymi indywiduowymi;
 R n -argumentowym symbolem relacyjnym; f n -argumentowym symbolem funkcyjnym;
 zaś t termem.

1.	Podstawienia aksjomatów KRZ	
2.	$\forall x (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta)$	rozdzielność \forall względem \rightarrow
3.	$\forall x \alpha \rightarrow \alpha(x/t)$,	jeśli tylko $\text{Podst}(\alpha, t, x)$ podstawienie
4.	$\alpha \rightarrow \forall x \alpha$,	jeśli tylko x nie jest wolna w α generalizacja
	$x = x$	
5.	$(x = y) \rightarrow (y = x)$ $((x = y) \wedge (y = z)) \rightarrow (x = z)$	aksjomaty równości
6.	$((x_1 = y_1) \wedge \dots \wedge (x_n = y_n)) \rightarrow (R(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow R(y_1, \dots, y_n))$	zgodność relacji z równością
7.	$((x_1 = y_1) \wedge \dots \wedge (x_n = y_n)) \rightarrow (f(x_1, \dots, x_n) = f(y_1, \dots, y_n))$	zgodność funkcji z równością