

1. Podaj przykład relacji, która jest symetryczna, ale nieprzechodnia. Spróbuj znaleźć taką relację o możliwie najmniejszej liczbie elementów.
2. Podaj przykład relacji oraz zbioru S tak, aby relacja była zwrotna na S i jednocześnie asymetryczna.
3. Niech $X = \{1, 2, 3\}$ oraz $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$.
 - (a) Narysuj relację R .
 - (b) Czy R jest zwrotna, symetryczna, przechodnia?
 - (c) Znajdź R^{-1} , czyli odwrotność relacji R .
 - (d) Oblicz $R \circ R$ (złożenie relacji R z samą sobą).
4. Niech $X = \{a, b, c\}$ oraz $R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (b, c)\}$.
 - (a) Narysuj R .
 - (b) Czy R jest zwrotna? symetryczna? przechodnia?
 - (c) Znajdź $R \cup R^{-1}$ i opisz jego własności.
5. Niech $X = \{1, 2, 3\}$ oraz $Y = \{x, y\}$. Zdefiniuj $R = \{(1, x), (2, x), (3, y)\}$.
 - (a) Narysuj relację R .
 - (b) Czy R jest funkcją z X do Y ?
 - (c) Czy R^{-1} jest funkcją z Y do X ?
6. Niech $X = \{a, b, c\}$ oraz $R = \{(a, b), (b, c)\}$, $S = \{(b, a), (c, b)\}$.
 - (a) Znajdź $R \circ S$ oraz $S \circ R$.
 - (b) Narysuj obie relacje.
 - (c) Czy R i S są swoimi odwrotnościami?
7. Niech $X = \{1, 2, 3\}$ oraz $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$.
 - (a) Ustal, czy R jest zwrotna, symetryczna, przechodnia.
 - (b) Znajdź najmniejszą relację przechodnią zawierającą R .
8. Niech $X = \{1, 2, 3\}$ oraz $R = \{(1, 2), (2, 1), (2, 3)\}$.
 - (a) Narysuj R .
 - (b) Oblicz R^{-1} oraz $R \cup R^{-1}$.
 - (c) Czy $R \cup R^{-1}$ jest symetryczna? przechodnia?
9. Niech $A = \{1, 2, 3\}$ oraz $B = \{a, b, c, d\}$. Zdefiniuj $R = \{(1, a), (1, b), (2, b), (3, c)\}$.
 - (a) Narysuj R .
 - (b) Czy R jest funkcją z A do B ?
 - (c) Czy można dodać jedną parę, aby R stało się funkcją?
10. Niech $X = \{a, b\}$ oraz $R_1 = \{(a, a), (b, b)\}$, $R_2 = \{(a, b), (b, a)\}$, $R_3 = \{(a, a), (b, b)\}$.
 - (a) Które z tych relacji są zwrotne? symetryczne? przechodnie?
 - (b) Które z nich są relacjami równoważności?
11. Niech $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ oraz $S = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$.
 - (a) Znajdź $R \circ S$ oraz $S \circ R$.
 - (b) Które z nich są zwrotne? symetryczne? przechodnie?
12. Niech $X = \{1, 2, 3, 4\}$ i niech $R = \{(x, y) \mid x < y\}$.
 - (a) Wypisz wszystkie pary należące do R .
 - (b) Narysuj R jako graf skierowany.
 - (c) Czy R jest zwrotna? symetryczna? przechodnia?
13. Rozważ następujące relacje, gdzie d i e oznaczają osoby:
 - (a) zbiór wszystkich uporządkowanych par $\langle d, e \rangle$ takich, że d jest wyższy od e ;
 - (b) zbiór $\{\langle d, e \rangle : d \text{ kocha } e\}$;
 - (c) relacja zawierająca wszystkie pary $\langle d, e \rangle$ takie, że d jest ojcem e ;
 - (d) relacja bycia w podobnym wieku.
 Dla każdej z powyższych relacji określ, czy jest ona symetryczna, przechodnia, funkcją.