

1. Czy formuły $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ oraz $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$ są równoważne we wszystkich modelach?
2. Porównaj formuły $\forall x\exists y(f(y) = x)$ oraz $\forall x\forall y((f(x) = f(y)) \rightarrow (x = y))$. Czy są równoważne w każdej skończonej strukturze? Czy są równoważne we wszystkich strukturach?
3. Znajdź model, w którym $\forall x\exists y R(x, y)$ i $\exists y\forall x R(x, y)$ są równoważne, oraz model, w którym nie są równoważne.
4. Czy formuły $\sim\exists x\forall y R(x, y)$ oraz $\forall x\exists y \sim R(x, y)$ są równoważne we wszystkich modelach?
5. Czy formuły $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ oraz $\sim\exists x(P(x) \wedge \sim Q(x))$ są równoważne we wszystkich modelach?
6. Znajdź strukturę, w której formuły $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ oraz $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$ są równoważne, oraz strukturę, w której nie są równoważne.
7. Porównaj formuły $\forall x \sim(x < x)$ oraz $\forall x\forall y(x < y \rightarrow \sim(y < x))$. Czy są równoważne przy założeniu przechodniości relacji $<$? Czy są równoważne bez tego założenia?
8. Pokaż, że φ nie jest konsekwencją Γ , gdzie:
 - (a) $\Gamma = \{ \forall x(P(x) \vee Q(x)) \}$,
 $\varphi \equiv \forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$.
 - (b) $\Gamma = \{ \forall x\forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x)), \forall x\forall y\forall z(R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z)) \}$,
 $\varphi \equiv \forall xR(x, x)$.
 - (c) $\Gamma = \{ \forall x\exists yR(x, y) \}$,
 $\varphi \equiv \exists y\forall xR(x, y)$.
9. Niech $\Gamma = \{ \forall x(P(x) \vee Q(x)), \sim\exists xQ(x) \}$. Sprawdź, czy formuła $\forall xP(x)$ jest niezależna od Γ .