

(1) Rozważ model  $\mathcal{M} = (M, R^{\mathcal{M}}, P^{\mathcal{M}})$

$$M = \{a, b\}, \quad R^{\mathcal{M}} = \{(a, a), (a, b)\}, \quad P^{\mathcal{M}} = \{b\}$$

Znajdź wartościowanie  $e$  takie, że  $\mathcal{M} \models R(a, x) \wedge P(y)[e]$ .

Znajdź wartościowanie  $e$  takie, że  $\mathcal{M} \models \forall x R(x, y)[e]$ .

(2) Niech

$$\Gamma = \{\exists x \exists y (x \neq y \wedge R(x, x) \wedge R(x, y) \wedge P(y))\}, \quad \varphi = P(x), \quad \psi = \exists z (P(z) \wedge R(z, z))$$

Sprawdź, czy  $\varphi$  oraz  $\psi$  są niezależne od  $\Gamma$  / są konsekwencjami  $\Gamma$ .

(3) Zdecyduj, czy  $\varphi$  jest niezależne od  $\Gamma$ .

$$\Gamma = \{\forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)), P(a), \exists x R(a, x)\}, \quad \varphi = Q(a).$$

(4) Sformalizuj i podaj wyprowadzenie:

Założenia:

- Każdy robak jest owadem.
- Biedronka jest robakiem.

Wnioski:

- Biedronka jest owadem.
- Istnieją owady.

---

(5) Zdecyduj, czy  $\Gamma \models \varphi$ , gdzie

$$\Gamma = \{\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge Q(y))), P(a), \forall x (Q(x) \rightarrow P(x))\}, \quad \varphi = \exists x \exists y (P(x) \wedge R(x, y) \wedge P(y)).$$

(6) Pokaż, że  $\varphi$  jest niezależne od  $\Gamma$ .

$$\Gamma = \{\forall x (P(x) \rightarrow \exists y R(x, y)), \forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow Q(y))\}, \quad \varphi = \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)).$$

(7) Zdecyduj, czy  $\Gamma \models \varphi$ .

$$\Gamma = \{\forall x \forall y ((P(x) \wedge R(x, y)) \rightarrow P(y)), P(a), \exists y (R(a, y) \wedge R(y, a))\}, \quad \varphi = \exists x (P(x) \wedge R(x, a)).$$

(8) Pokaż, że  $\varphi$  jest niezależne od  $\Gamma$ .

$$\Gamma = \{\forall x (P(x) \rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge \neg P(y))), \forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow Q(y))\}, \quad \varphi = \exists x (P(x) \wedge Q(x)).$$